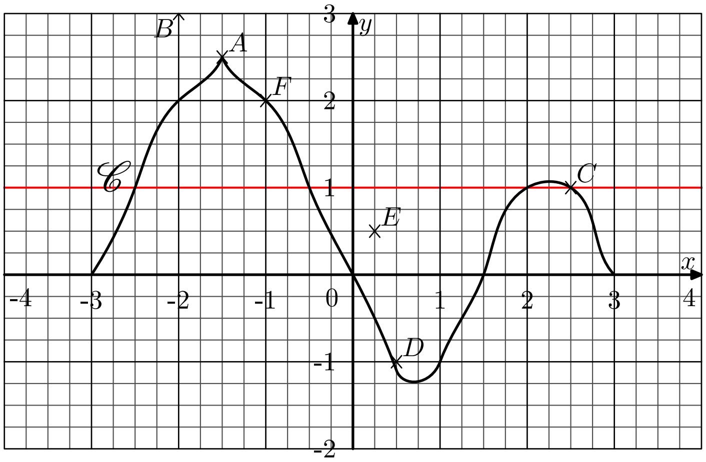
Préparer son entrée en première

Correction 1

1. Voici la représentation obtenue près avoir placé l'ensemble des points sur le graphique :



2. (b.) Les points appartenants à la courbe $\mathscr{C}$ sont :
$A \quad ; \quad C \quad ; \quad F$

Remarque : le point D n'appartient pas à la courbe $\mathscr{C}$.

3. La droite verticale d'équation $x=-1$ intercepte la courbe $\mathscr{C}$ en un unique point de coordonnée $(-1\,;2)$: ceux sont les coordonnées du point F.

4. La droite horizontale d'équation $y=1$ intercepte en quatre points la courbe $\mathscr{C}$: ceux sont les points de la courbe ayant 1 pour ordonnée.

Voici leurs coordonnées :
$G_1(-2{,}5\,;1) \quad ; \quad G_2(-0{,}5\,;1) \quad ; \quad G_3(2\,;1) \quad ; \quad G_4(2{,}5\,;1)$

Correction 2

1. (a.) Pour $x=-3$, on a :
$$f(-3) = \frac{2}{3}\times(-3) - 1 = -2 - 1 = -3 \neq 0$$
Le point A n'appartient pas à la droite (Δ).

(b.) Le point de (Δ) d'abscisse 6 a pour ordonnée :
$$f(6) = \frac{2}{3}\times 6 - 1 = 4 - 1 = 3$$
Ce sont les coordonnées du point B : le point B est un point de la droite (Δ).

(c.) Pour $x=2$:
$$f(2) = \frac{2}{3}\times 2 - 1 = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3} \neq 2$$
Le point C n'est pas un point de la droite (Δ).

(d.) Pour $x=0$, on a :
$$f(0) = \frac{2}{3}\times 0 - 1 = -1$$
On obtient les coordonnées du point D : D est un point de la droite (Δ).

2. Le point E appartient aux droites représentatives des fonctions affines g et k :

- $g(6) = \frac{2}{3}\times 6 + 2 = 4 + 2 = 6$
- $k(6) = \frac{4}{3}\times 6 - 2 = 8 - 2 = 6$

Le point F appartient aux droites représentatives des fonctions affines g et h :

- $g(-9) = \frac{2}{3}\times(-9) + 2 = -6 + 2 = -4$
- $h(-9) = -\frac{1}{3}\times(-9) - 7 = +3 - 7 = -4$

Ainsi, la droite (d) est la représentation de la fonction affine g.

Correction 3

Voici les phrases complétées :

- l'ensemble de définition de la fonction f est $\mathcal{D}_f = \mathbf{[-5\,;7[}$
- la fonction f est strictement croissante sur $\mathbf{[3\,;7]}$
- la fonction f est strictement décroissante sur $\mathbf{[-5\,;1]}$
- la fonction f est **constante** sur l'intervalle $[1\,;3]$
- Le nombre **7** n'admet pas d'image par f.

Correction 4

1. Graphiquement, on découpe cette étude sur les deux intervalles :
   - Sur $[0\,;1]$:
     La courbe $\mathscr{C}_g$ est située sous la courbe $\mathscr{C}_f$ qui est elle-même sous $\mathscr{C}_h$.
   - Sur $[1\,;+\infty[$:
     La courbe $\mathscr{C}_h$ est située sous la courbe $\mathscr{C}_f$ qui est elle-même sous $\mathscr{C}_g$.

2. (a.) L'expression à étudier admet la factorisation suivante : $x^2 - x = x\cdot(x-1)$

L'étude de chaque facteur permet d'obtenir le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
x		$-$	0	$+$	|	$+$	
$x-1$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$x\cdot(x-1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

(b.) Comparons les fonctions f et g sur ces deux intervalles :

- Sur l'intervalle $[0\,;1]$, on a :
$$x^2 - x < 0$$
$$x^2 < x$$
$$g(x) < f(x)$$
- Sur l'intervalle $[1\,;+\infty[$, on a :
$$x^2 - x > 0$$
$$x^2 > x$$
$$g(x) > f(x)$$

3. (a.) On a les manipulations algébriques suivantes :
$$f(x) - h(x) = x - \sqrt{x} = \left(x - \sqrt{x}\right)\cdot\frac{x+\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$$
$$= \frac{\left(x-\sqrt{x}\right)\cdot\left(x+\sqrt{x}\right)}{x+\sqrt{x}} = \frac{x^2 - \left(\sqrt{x}\right)^2}{x+\sqrt{x}} = \frac{x^2 - x}{x+\sqrt{x}}$$

(b.) Le dénominateur est toujours positif sur $]0\,;+\infty[$ comme somme de deux nombres positifs. Le signe du quotient ne dépend que du numérateur qui a été étudié au cours des questions précédentes.

Ainsi, on obtient les comparaisons suivantes :

- Sur l'intervalle $]0\,;1]$:
$$\frac{x^2-x}{x+\sqrt{x}}<0$$
$$f(x)-h(x) < 0$$
$$f(x) < h(x)$$
- Sur l'intervalle $[1\,;+\infty[$:
$$\frac{x^2-x}{x+\sqrt{x}}>0$$
$$f(x)-h(x)>0$$
$$f(x)>h(x)$$

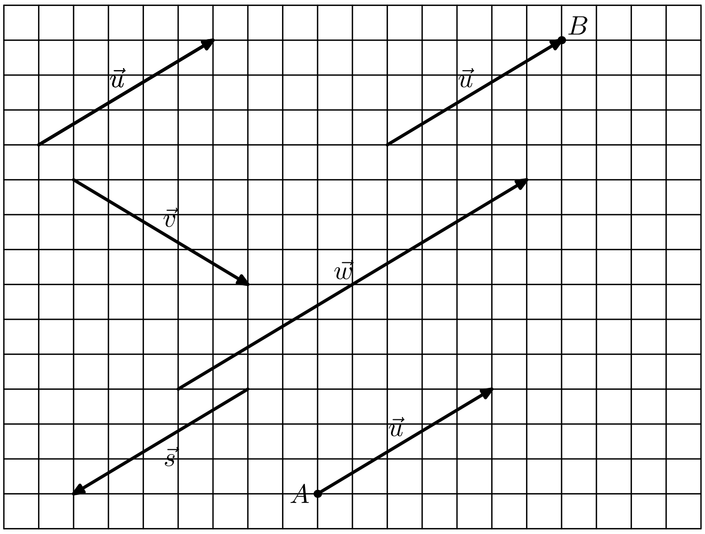
Correction 5

a. $(5x+1)(1-2x)-2(3x-1)$
$=5x-10x^2+1-2x-6x+2=-10x^2-3x+3$

b. $(x+2)(2x-1)-(3-x)(5x-1)$
$=(2x^2-x+4x-2)-(15x-3-5x^2+x)$
$=(2x^2+3x-2)-(-5x^2+16x-3)$
$=72x^2+3x-2+5x^2-16x+3=7x^2-13x+1$

c. $(3x+2)(5x+1)-(5x-1)$
$=15x^2+3x+10x+2-5x+1=15x^2+8x+3$

Correction 6



Correction 7

a. **Faux :**
En supposant que ce soit les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ qui sont égaux alors ce sera le quadrilatère $ABDC$ qui sera un parallélogramme.
En l'occurence, ici, le quadrilatère $ABCD$ sera un quadrilatère croisé.

b. **Vrai :**
Les diagonales du quadrilatère $CBDA$ sont les segments $[CD]$ et $[BA]$. Ainsi, si les diagonales ont même milieu alors le quadrilatère $CBDA$ est un parallélogramme.

c. **Vrai :**
D'après le cours, si le quadrilatère $MNPQ$ est parallélogramme alors les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{QP}$ sont égaux.

d. **Faux :**
Pour le quadrilatère $WXYZ$, les segments $[WX]$ et $[YZ]$ étant des côtés du quadrilatère $WXYZ$, ils ne peuvent pas avoir le même milieu.

Correction 8

1.
- $3x-2=3\times2-2=6-2=4$
Le point A est un point de la droite (d).
- $3\times(-1)-2=-3-2=-5$
Le point B n'est pas un point de la droite (d).
- $3\times\Big(-\frac{1}{2}\Big)-2=-\frac{3}{2}-2=-\frac{7}{2}$
Le point C est un point de la droite (d).
- $3\times\frac{2}{3}-2=2-2=0$
Le point D est un point de la droite (d).
- $3\times\frac{2}{5}-2=\frac{6}{5}-2=\frac{6}{5}-\frac{10}{5}=-\frac{4}{5}$
Le point E n'est pas un point de la droite (d).
- $3\times(-3)-2=-9-2=-11$
Le point F n'est pas un point de la droite (d).

3. En fait les deux équations proposés sont équivalentes comme le montre les manipulations suivantes :
$$y=3x-2)$$
$$y-(3x-2)=0$$
$$y-3x+2=0$$
Ainsi, les points vérifiant la première équation sont les mêmes que ceux vérifiant la seconde équation.

Correction 9

1. Cette expérience possède 9 évènements élémentaires.

2.
a. Il y a 3 évènements élémentaires composant l'évènement A. On a :
$$\mathcal{P}(A)=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$$
b. L'évènement B est composé de 4 évènements élémentaire. On a :
$$\mathcal{P}(B)=\frac{4}{9}$$
c. Il y a 6 évènements élémentaires réalisasnt l'évènement "*la seconde boule est une boule noire*". Ainsi, on a :
$$\mathcal{P}(C)=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$$

